ARGUMENT
Vol. 4 (2/2014)
pp. 439–446

TRANSLATIONS INTO POLISH / PRZEKŁADY

Geometria, **Księga II, strony 315–323**

KARTEZJUSZ

KEYWORDS

Descartes; *The Geometry*; geometrical curve; continuous quantity; point

ACKNOWLEDGEMENT / ŹRÓDŁO PRZEKŁADU

Descartes, R. (1637). *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie qui sont des essais de cette méthode*, Leyde: l'Imprimerie de Jan Maire.

NOTA EDYTORSKA

1. W 1637 roku, w Lejdzie, bez nazwiska autora, ukazuje się *Rozprawa o metodzie prawidłowego kierowania swym rozumem i poszukiwania prawdy w naukach oraz Dioptryka, Meteory i Geometria, które są esejami tej metody* (*Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences, plus la Dioptrique, les Météores et la Géometrie qui sont des essais de cette méthode*). W zamierzeniu Kartezjusza *Rozprawa o metodzie*... i trzy dołączone do niej eseje stanowiły całość, będącą teoretycznym wstępem do konkretnych dziedzin nauki. Jednak *Geometria* bardzo wcześnie została oddzielona od całości dzieła. Jako jedyny z trzech esejów nie została ona włączona do łacińskiego przekładu *Rozprawy o metodzie*..., przygotowanego przez Etienne'a de Courcelles i wydanego w 1644 roku. *Geometria* w języku łacińskim ukazała się w 1649 roku w przekładzie Fransa van Schootena. Z czasem dzieło Kartezjusza stawało się coraz bardziej znane i komentowali je wybitni myśliciele, na przykład Izaak Newton i Gottfried Wilhelm Leibniz. Dzisiaj *Geometria* uznawana jest za jedno z najważniejszych dzieł w historii matematyki obok *Elementów* Euklidesa, *Principiów* Izaaka Newtona oraz *Introductio in analysin infinitorum* Leonharda Eulera.

2. Przedkładamy początkowe, poświęcone teorii krzywych, paragrafy księgi II *Geometrii*. Kartezjusz odróżnia tu krzywe m e c h a n i c z n e od g e o m e t r y c z n y c h i pokazuje, jak zbudować równanie krzywej, która powstaje w wyniku przecięcia dwóch prostych. Ruchy prostych są

ze sobą tak powiązane, że powstającą krzywą można opisać równaniem wielomianowym dwóch zmiennych.

Już sam fakt wprowadzenia równania do opisu ruchu jest przełomowy w historii nauki. Stephen Wolfram, mając na uwadze następców Kartezjusza, w szczególności Newtona, przedstawia to następująco: „Trzy wieki temu nauka uległa zmianie za sprawą radykalnie nowej idei, według której reguły oparte na równaniach matematycznych mogły być użyte do opisania świata przyrody”[1].

Nową ideę, o której pisze Wolfram, znajdujemy już w *Geometrii*, gdzie Kartezjusz pisze: „by zrozumieć razem wszystkie te [linie], które są w naturze (*qui sont en la nature*), kolejno w pewnych rodzajach, nie znam nic lepszego, jak powiedzieć, że wszystkie punkty tych, które można nazwać geometrycznymi, to znaczy te, które podpadają pod dokładną i ścisłą miarę, z konieczności mają jakiś związek z wszystkimi punktami linii prostej, który można wyrazić pewnym równaniem, tym samym dla wszystkich [jej punktów]” (s. 319).

Jednak wraz z równaniem krzywej dochodzi do jeszcze jednej istotnej zmiany: linie, które w matematyce greckiej były pojmowane jako wielkości ciągłe, w *Geometrii* stały się obiektami złożonymi z punktów. Kwestia ta znacząco wpłynęła na nowożytne pojmowanie ciągłości ruchu i czasu[2].

3. Nasze tłumaczenie oparte jest na wspomnianym oryginalnym wydaniu z roku 1637. Zaznaczamy w nim podział na strony pierwszego wydania, jego paginację oraz marginalia, a także zachowujemy kształt diagramów, nie uwzględniając jednak z przyczyn technicznych ich położenia względem tekstu.

* * *

Które linie krzywe można przyjąć w geometrii.

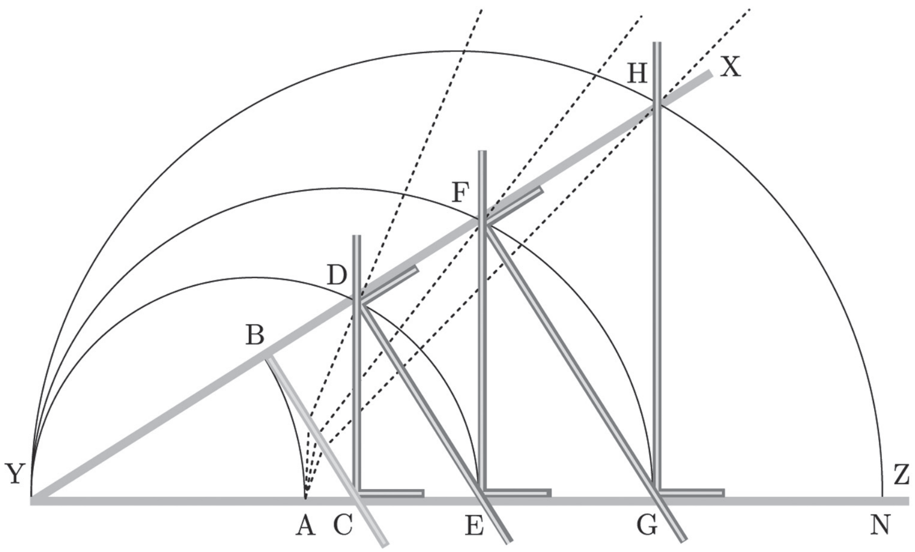
[s. 315] Starożytni bardzo słusznie zauważyli, że zagadnienia geometrii obejmują płaszczyzny, bryły oraz inne linie, co oznacza, że jedne można rozwiązać jedynie przez rysowanie linii prostych i okręgów, inne natomiast wymagają przekrojów stożka, a jeszcze inne bardziej złożonych linii. Wszelako dziwię się, że nie poszli dalej i nie rozpoznali różnych stopni tych bardziej złożonych linii, i nie potrafię zrozumieć, dlaczego nazwali je mechanicznymi zamiast raczej geometrycznymi. Jeśli twierdzimy, że to dlatego, iż w celu ich narysowania należy posłużyć się jakimś instrumentem, to z tego samego powodu należałoby odrzucić okręgi i linie proste, zważywszy, że rysuje się je na papierze tylko z użyciem cyrkla i linijki, które również można nazwać machinami. Powodem nie jest również to, że instrumenty, które służą do ich kreślenia, będąc bardziej złożone od linijki i cyrkla, nie mogą być tak dokładne. Z tej przyczyny bowiem należałoby wykluczyć je z mechaniki, w której pożądana jest precyzja wychodzących spod ręki dzieł, a nie z geometrii, gdzie szuka się tylko precyzji rozumowania, [s. 316] która bez wątpienia może być doskonała tak samo w przypadku linii, jak i w innych. Nie powiem również, że powodem jest to, iż nie chcieli zwiększyć liczby postulatów i zadowolili się stwierdzeniem, że mogą

[1] Wolfram, S. (2002). *New kind of science*. Champaign, Ill.: Wolfram Media, s. 1.

[2] Szczegóły przedstawiamy w niniejszym tomie, w artykule Błaszczyk, P. & Mrówka, K. (2014). Metafizyka ruchu w *Geometrii* Kartezjusza. *Argument*, *4*(2), i–xlii.

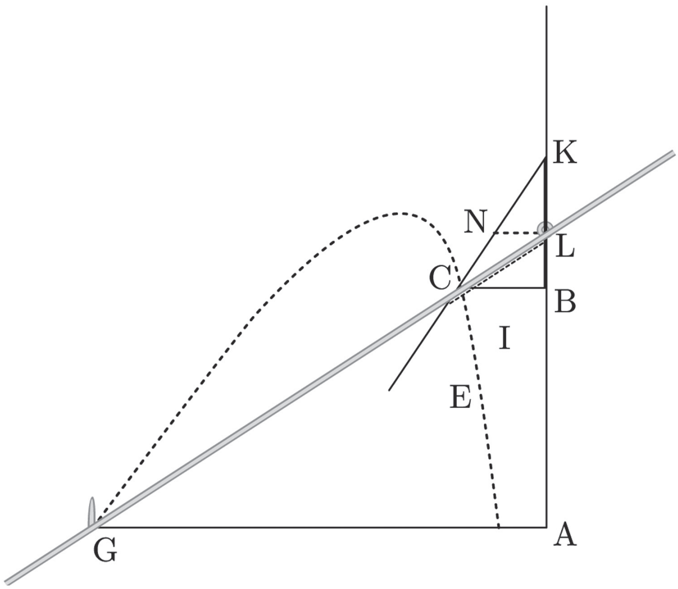
jedną linią łączyć dwa dane punkty i że z jednego danego środka można zakreślić okrąg przechodzący przez dany punkt; w przypadku przekroju stożka nie wahali się bowiem założyć, że każdy stożek można przeciąć płaszczyzną. I nic nie musimy zakładać, by narysować wszystkie linie krzywe, które próbuję tutaj wprowadzić, jeśli tylko dwie lub kilka linii mogą zostać poruszone jedna przez drugą, i że ich przecięcia wyznaczają inne; nie wydaje mi się to wcale trudniejsze. Prawdą jest również, że w swej geometrii nie przyjęli w pełni przekrojów stożka, a nie chcę zajmować się zmianą nazw będących w użyciu, ale wydaje mi się bardzo jasne, że uznając za geometryczne to, co jest ścisłe i dokładne, a za mechaniczne to, co takie nie jest, i uznając geometrię za naukę, która ogólnie służy poznawaniu miar wszystkich ciał, nie można wykluczyć raczej najbardziej złożonych linii niż najprostszych, zakładając, iż można by sobie wyobrazić, że zostały zakreślone przez ciągły ruch lub przez kilka następujących po sobie ruchów, z których każdy byłby całkowicie określony przez poprzednie, dzięki czemu zawsze można poznać ich dokładną miarę. Ale być może tym, co przeszkodziło starożytnym geometrom przyjąć [s. 317] te bardziej złożone od przekrojów stożka, było to, że pierwszymi, na które zwrócili uwagę, okazały się przez przypadek spirala, kwadratrysa i podobne, które tak naprawdę należą tylko do mechanicznych i nie należą do tych, które muszę tu dołączyć, ponieważ wyobrażamy je sobie jako nakreślone przez dwa oddzielne ruchy, które nie są w żadnym dającym się dokładnie zmierzyć stosunku. Chociaż potem przestudiowali jeszcze konchoidę, cysoidę i kilka innych, to jednak dlatego że być może nie rozpoznali wystarczająco ich własności, nie postępowali tak jak w przypadku pierwszych. Ale mogło się zdarzyć i tak, że widząc, iż wciąż wiedzą zbyt mało o przekrojach stożka, a tak samo niewiele wiedząc o tym, co można zrobić linijką i cyrklem, nie ośmielili się zająć jeszcze trudniejszym tematem. Dlatego właśnie mam nadzieję, że odtąd ci, którzy zdobędą umiejętność posługiwania się zaproponowanym tu rachunkiem geometrycznym, nie będą mieli wielkich trudności z zastosowaniem go do zagadnień płaszczyzn lub brył. Sądzę, że słusznie zrobię, jeśli zaproszę ich do tych badań, w których nie zabraknie im nigdy ćwiczeń.

Spójrzcie na linie AB, AD, AF i podobne. Zakładam, że zostały narysowane za pomocą instrumentu YZ, który jest zbudowany z kilku linijek tak połączonych, że ta oznaczona YZ położona jest na linii AN, a kąt XYZ można otwierać i zamykać, a kiedy jest całkiem zamknięty, punkty B, C, D, E, F, G, H są wszystkie złączone w punkcie A, ale w miarę jej [s. 318] otwierania linijka BC, która jest połączona za pomocą kątów prostych z XY w punkcie B, pcha do Z linijkę CD, która przesuwa się po YZ, tworząc z nią wciąż kąty proste; a CD pcha DE, która tym samym przesuwa się po YZ, pozostając równoległą do BC; DE pcha EF, EF pcha FG, a ta z kolei pcha GH, i tak można tworzyć nieskończoność innych, które kolejno pchają tak samo jedna drugą i z których jedne tworzą zawsze te same kąty z YX, a inne z YZ. Kiedy więc otwieramy w ten sposób kąt XYZ, wtedy punkt B kreśli linię AB będącą okręgiem, a inne punkty D, F, H, w których tworzą się przecięcia innych linijek, kreślą inne linie krzywe AD, AF, AH, z których kolejne są bardziej złożone od poprzedniej, a ta bardziej od okręgu; ale nie widzę, co może przeszkodzić w zrozumieniu opisu tej pierwszej, tak jasnym i czystym, jak zrozumienie okręgu [s. 319] lub przynajmniej jak przekroje stożka, ani co może przeszkodzić w zrozumieniu drugiej i trzeciej, i wszystkich innych, które można opisać tak samo jak pierwszą, a co za tym idzie, nie widzę przeszkód, by mogły one służyć dociekaniom w geometrii.

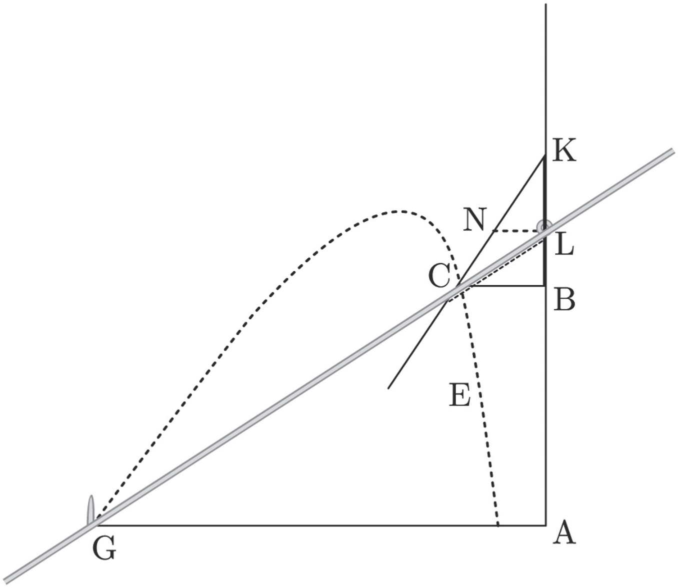


Sposób rozróżnienia wszystkich linii krzywych na pewne rodzaje oraz poznania stosunku, jaki mają ich punkty do pewnych linii prostych.

Mógłbym podać tu kilka innych sposobów rysowania i ujmowania linii krzywych, coraz bardziej złożonych, stopniowo w nieskończoność, ale by zrozumieć razem wszystkie te, które są w naturze, kolejno w pewnych rodzajach, nie znam nic lepszego, jak powiedzieć, że wszystkie punkty tych, które można nazwać geometrycznymi, to znaczy te, które podpadają pod dokładną i ścisłą miarę, z konieczności mają jakiś związek z wszystkimi punktami linii prostej, który można wyrazić pewnym równaniem, tym samym dla wszystkich, i gdy równanie dochodzi tylko do prostokąta dwóch nieokreślonych wielkości albo do kwadratu jednej, to linia krzywa jest pierwszego i najprostszego rodzaju, w którym, co zrozumiałe, są tylko okrąg, parabola, hiperbola oraz elipsa; ale jeśli równanie dochodzi do trzeciego lub czwartego wymiaru dwóch albo jednej z dwóch nieokreślonych wielkości, ponieważ potrzeba dwóch do wyjaśnienia stosunku jednego punktu do drugiego, to jest ona drugiego; a jeśli równanie dochodzi do piątego lub szóstego wymiaru, to jest ona trzeciego; i tak samo w nieskończoność pozostałe.



Chcę wiedzieć, jakiego rodzaju jest linia EC, która, jak zakładam, została wykreślona przez przecięcie [s. 320] linijki GL oraz figury płaskiej prostoliniowej CNKL, której bok KN jest nieograniczenie przedłużony ku C, a która jest poruszana w tej samej płaszczyźnie wzdłuż linii prostej, to znaczy tak, że jej oś KL przylega zawsze do linii BA przedłużonej z jednej strony i z drugiej strony, wprawia w ruch kołowy linijkę GL dookoła punktu G, ponieważ jest ona z nim tak złączona, że przechodzi zawsze przez punkt L. Gdy chcę sprawdzić, do jakiej klasy należy ta krzywa, wybieram linię prostą AB i do niej odnoszę wszystkie punkty z linii krzywej EC. Na linii AB wybieram punkt A i od niego zaczynam obliczanie. Mówię, że wybieram i jedną, i drugą, ponieważ można dowolnie wybrać takie, jakie się chce, bo chociaż na wiele sposobów można układać i upraszczać równania, to jednak bez względu na to, który się wybierze, zawsze można zrobić tak, by linia była tego samego rodzaju, co jest łatwe do udowodnienia.



[s. 321] Dalej, obierając dowolnie jeden punkt na krzywej, dajmy na to C, do którego, jak zakładam, przylega instrument służący do jej kreślenia, prowadzę z tego punktu C linię CB równoległą do GA, a ponieważ CB i BA są dwiema wielkościami nieokreślonymi i nieznanymi, to pierwszą z nich nazywam y, drugą zaś x; a wreszcie po to, by znaleźć stosunek jednej do drugiej, przyjmuję również wielkości znane, które określają rysunek linii krzywej, jak GA, którą nazywam a, KL, którą nazywam b, oraz NL, równoległą do GA, którą nazywam c. Twierdzę następnie, że tak jak NL jest do LK, lub c do b, tak samo CB lub y jest do BK, które stąd jest

$$\frac{b}{c}y$$

zaś BL jest

$$\frac{b}{c}y - b$$

natomiast AL jest

$$x + \frac{b}{c}y - b$$

Co więcej, tak jak CB jest do LB, lub y do

$$\frac{b}{c}y - b$$

tak samo GA lub a jest do LA lub

$$x + \frac{b}{c}y - b$$

Tym sposobem [s. 322] iloczyn drugiej i trzeciej tworzy

$$\frac{ab}{c}y - ab$$

i jest równy

$$xy + \frac{b}{c}yy - by$$

który powstaje z iloczynu pierwszej i czwartej. A oto równanie, które należało znaleźć:

$$yy = cy - \frac{cx}{b}y + ay - ac$$

z którego wynika, że linia EC jest pierwszego rodzaju, w rzeczywistości będąc hiperbolą.

Jeżeli w instrumencie, który służy do jej rysowania, w miejscu linii prostej CNK znajdzie się hiperbola lub jakaś inna linia krzywa pierwszego rodzaju, która ogranicza powierzchnię CNKL, przecięcie tej linii oraz linijki GL zamiast hiperboli EC wykreśli inną linię krzywą drugiego rodzaju. Tak samo, jeśli CNK jest okręgiem o środku L, wtedy wykreślimy pierwszą konchoidę starożytnych; a jeśli jest to parabola, której osią jest KB, to w tym wypadku wykreślimy linię krzywą, o której wyżej powiedziałem, że jest pierwszą i najprostszą w zagadnieniu Pappusa, kiedy jest tylko pięć linii prostych o danym położeniu; ale jeśli w miejsce jednej z tych linii krzywych pierwszego rodzaju pojawi się jedna drugiego, która ogranicza płaszczyznę CNKL, wtedy z jej pomocą wykreślimy jedną trzeciego, a jeśli będzie jedna trzeciego, wtedy wykreślimy jedną czwartego, i tak w nieskończoność, co da się bardzo łatwo pokazać rachunkowo. I w każdy inny sposób, w jaki wyobrażamy sobie kreślenie linii krzywej, zakładając, że wchodzi w zakres tych, które nazywam geometrycznymi, tym sposobem można zawsze znaleźć [s. 323] równanie, by wyznaczyć wszystkie jej punkty.

A teraz umieszczam linie krzywe, których równanie dochodzi do kwadratu kwadratu, w tym samym rodzaju z tymi, które dochodzą tylko do sześcianu, a te, których równanie dochodzi do kwadratu sześcianu, w tym samym rodzaju co te, których równanie dochodzi do piątej, i tak samo inne. Istnieje bowiem ogólna reguła, by wszystkie trudności kwadratu kwadratu sprowadzić do sześcianu, a wszystkie trudności kwadratu sześcianu sprowadzić do piątej tak, iż nie powinno się ich wcale uznawać za bardziej złożone.

Należy jednak zauważyć, że wśród linii każdego rodzaju, podczas gdy większość jest równie złożona, tak iż mogą one służyć do wyznaczenia tych samych punktów i do konstrukcji tych samych zagadnień, to jednak istnieje również kilka prostszych, które nie mają tak szerokiego zastosowania; wśród tych pierwszego rodzaju, prócz elipsy, hiperboli oraz paraboli, równie złożonych, zawarty jest też okrąg, który jest oczywiście prostszy; a wśród tych drugiego rodzaju jest zwykła konchoida pochodząca od okręgu i jest jeszcze kilka innych, które choć nie mają takiego zasięgu jak większość z tych tego samego rodzaju, to jednak nie mogą być umieszczone w pierwszym.

Tłumaczenie:
*Piotr BŁASZCZYK**
*Kazimierz MRÓWKA***

* Doktor hab., profesor Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, kierownik Katedry Dydaktyki i Podstaw Matematyki, Instytut Matematyki. E-mail: pb@up.krakow.pl.

** Doktor hab. filozofii, profesor Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, kierownik Katedry Filozofii Starożytnej i Średniowiecznej, Instytut Filozofii i Socjologii. E-mail: kazimierzmrowka@gmail.com.