



## Euklidesowy traktat *Podział kanonu* i pitagorejska harmonika

Anna Maria LASKOWSKA\*

### ABSTRACT

**The Euclidean *Division of the canon* and Pythagorean harmonics:** The article presents the first Polish translation of a short Ancient Greek treatise entitled *The division of the canon*, which is commonly dated to the 3<sup>rd</sup> century BC, with a doubtful assumption that the author of the treatise is Euclid himself. It is the oldest surviving text derived from the mathematical school of harmonics, which combined the mathematical theory of proportion with the musical laws of harmony. The main purpose of this Euclidean treatise is to describe the instrument called canon (or monochord), which consists in determining the successive notes of the Greek musical system by means of mathematical principles. The treatise essentially consists of two distinct parts: an introduction and twenty propositions in the style of Euclid's *Elements*. To bring this highly esoteric text closer to the modern reader, the translation is preceded by a brief introduction, which deals with the basic issues of the transmission of the text, its structure, and the problem of authorship. The philosophical problems of the treatise and its basic concepts are also discussed. An underlying idea of both the introduction and the work on the translation is that *The division of the canon* is an eminently Pythagorean text, which both expressed and proved their conviction about the mathematical structure of the universe.

### KEYWORDS

theory of proportions; Aristoxenus; Pythagoras; consonans; monochord; mathematics; music

---

\* Dr, filolog klasyczny, adiunkt, Instytut Historii im. T. Manteuffla PAN. E-mail: alaskowska@ihpan.edu.pl.

## TŁO HISTORYCZNE — STAROGRECKA TEORIA MUZYKI

*Podział kanonu* (gr. Κατατομή κανόνος, łac. *Sectio canonis*) jest najstarszym zachowanym traktatem wywodzącym się z pitagorejskiego nurtu harmoniki, skupiającym się na matematycznym wymiarze dźwięku. Choć jest to tekst niewielkich rozmiarów, bo składający się z krótkiego wstępu i dwudziestu związanych twierdzeń, niemniej jednak stanowi niezwykle ciekawe i ważne źródło dla badaczy nie tylko starożytnej harmoniki, ale również pitagoreizmu. Znajdujemy tam bowiem po raz pierwszy sformułowane założenia matematycznej harmoniki, którą miał zapoczątkować sam Pitagoras, jak również liczne nawiązania do pitagorejskiej metafizyki liczb, w którą doskonale wpisywały się matematyczne przedstawienia podstawowych konsonansów stosowanych w muzyce, kwarty (4:3), kwinty (3:2) i oktawy (2:1), udowadniając tym samym matematyczną strukturę wszechświata i teorię tetraktysu. Jeśli chodzi o autora traktatu, przez długi czas uważano, że był nim słynny matematyk Euklides z Aleksandrii (fl. 300 p.n.e.), dzisiaj jednak badacze są zgodni, że jest to atrybucja dyskusyjna. Kwestię tę omówimy w dalszej części artykułu. Wobec niepewnego autorstwa również czas powstania traktatu pozostaje nam bliżej nieznyany. Przyjąwszy jednak za pewnik euklidesowy charakter dzieła, jako najwcześniejszy moment powstania możemy zasadniczo ustalić III wiek p.n.e.

Starogrecka teoria muzyki, którą Grecy nazwali harmoniką (ἡ ἁρμονική), rozwijała się przez całą starożytność w ramach dwóch rywalizujących ze sobą szkół: pitagorejskiej (matematycznej) i arystoksenosowskiej (empirycznej), nazwanej tak od imienia jej twórcy — filozofa i muzyka, ucznia Arystotelesa — Arystoksenosa z Tarentu (IV w. p.n.e.) . Podział ten odwoływał się zasadniczo do dychotomii λόγος (proporcja/pojęcie) — αἴσθησις (percepcja) i w przypadku harmoniki nie tylko definiował sposób istnienia dźwięku charakterystyczny dla danej szkoły, ale również określał metodę poznawania i osądzania zjawisk akustycznych. W szerszej perspektywie harmonikę możemy rozumieć jako pewną metodę obserwacji świata. I podczas gdy podstawowe założenia empirycznej harmoniki Arystoksenosa są nam dość dobrze znane z zachowanych *Elementów harmoniki* (ok. 320 r. p.n.e.), to w przypadku harmoniki pitagorejskiej, zwłaszcza jeśli chodzi o jej początki, zachowane źródła są niezwykle skąpe. Z początkowej fazy przetrwały do naszych czasów jedynie niewielkie fragmenty dzieł pitagorejczyków, głównie Filolaosa i Archytasa, które zachowały się wyłącznie w formie krótkich cytatów u późniejszych autorów (najwcześniej w pismach Platona i Arystotelesa). Brak zachowanego traktatu z tego okresu pozostawia w naszej wiedzy ogromną lukę co do — chociażby — argumentacji czy celów harmonicznym rozważań, choć niewątpliwie odgrywały one ogromną rolę w myśli pitagorejczyków i wycisnęły niezatarte piętno na całej starożytnej filozofii. Tak jak zostało wspomniane wcześniej, dopiero *Podział kanonu*, zachowany już jako obszerna rozprawa, daje nam konkretniejszy

obraz charakteru matematycznej harmoniki. André Barbera ocenia to dzieło jako „najważniejszy pitagorejski dokument z zakresu teorii muzyki, albowiem tam znajdujemy pitagorejskie credo na temat harmoniki” (Barbera, 1984: 159). Andrew Barker natomiast dostrzega wady logiczne traktatu, uznając go mimo wszystko za „zgrabną próbę zbudowania w pełni uargumentowanej matematycznej harmoniki, choć w dość ograniczonym zakresie”, a za jej najoryginalniejszą część uważając sposób, w jaki system twierdzeń został połączony w jedną spójną całość (Barker, 1989: 191). Istotne znaczenie traktatu podkreśla również fakt, że zawiera on nie tylko najstarszy znany nam opis podziału kanonu, tj. matematycznej metody wyznaczania dźwięków systemu muzycznego, ale również pierwszą znaną nam całościową deskrypcję samego systemu muzycznego, tzw. systemu doskonałego (σύστημα τέλειον, rys. 2), z podaniem poszczególnych nazw dźwięków. Nie należy również zapominać o niezwykle wyrafinowanej matematycznej warstwie traktatu, która zadziwia swoją złożonością i która niemal we wszystkich analizach współczesnych badaczy — zwykle z wykształcenia filologów bądź muzykologów — zostaje pominięta (do czego również przyznaje się autorka zamieszczonego w tym tomie tłumaczenia).

O greckim systemie muzycznym, tzw. systemie doskonałym, którego struktura jest przedmiotem rozważań *Podziału kanonu*, wspomina już Arystoksenos w swoich *Elementach harmoniki* (Aristox. *Harm.* 6,5), jednakże skupia się on wyłącznie na małym odcinku całego systemu, tj. na tetrachordzie między dźwiękami *hypate meson* i *mese*, który filozof uznaje za „najlepiej znany muzykom” i dlatego najodpowiedniejszy do analizy (Aristox. *Harm.* 22,13–21; por. rys. 2). Filozofa z Tarentu interesowała przede wszystkim wewnętrzna struktura tetrachordu jako podstawowego elementu budującego system. Niemniej jednak cała przestrzeń harmoniczna, którą wykorzystywali nie tylko starogrecy muzycy, ale i harmonicy w swoich teoretycznych rozważaniach, zbudowana była z czterech tetrachordów i obejmowała łącznie zakres dwóch oktaw. Każdy tetrachord zajmował przestrzeń interwału kwarty i składał się — jak sama nazwa wskazuje — z czterech dźwięków: dwóch skrajnych, zwanych stałymi (dźwięki: *hypate*, *mese*, *paramese*, *nete*), które stanowiły szkielet systemu, oraz dwóch środkowych, zwanych zmiennymi (dźwięki: *parhypate*, *lichanos*, *trite*, *paranete*), których opis znajdziemy również w *Podziale kanonu* (tw. 17 i 18). Ponadto każdy tetrachord mógł występować w trzech rodzajach: enaharmonicznym, chromatycznym i diatonicznym, w zależności od pozycji dwóch wewnętrznych dźwięków. Gdy ruchome dźwięki niejako „zagęszczały się” w pobliżu dolnego dźwięku tetrachordu i w konsekwencji zajmowały przestrzeń mniejszą od reszty tetrachordu, tę mniejszą wielkość, składającą się z dwóch interwałów (na przykład *hypate–parhypate* oraz *parhypate–lichanos*) nazywano *pyknonem* (dosł. zagęszczeniem, gr. πυκνόν). Arystoksenos oprócz tego klasyfikował tetrachordy jako łączne i rozłączne: łączne połączone były wspólnym dźwiękiem (na przykład *hypate meson*), między rozłącznymi zaś znajdował się interwał jednego tonu (między *mese* i *paramese*, rys. 2).

Same nazwy dźwięków wywodzą się z praktyki muzycznej i odnoszą się do opisu pozycji struny w instrumencie lub wskazania określonego palca, który daną strunę trącał, na przykład *nete* (νήτη) — dolna, *mese* (μέση) — środkowa czy *lichanos* (λιχανός) — struna trącana palcem wskazującym. Arystoksenos jednak, jak wspomnieliśmy, ograniczył się wyłącznie do analizy jednego tetrachordu i dźwięków mieszczących się w jego zakresie.

Warto również wyjaśnić znaczenie tytułowego pojęcia „kanon”, które może wydać się współczesnemu czytelnikowi nie do końca jasne w kontekście harmoniki greckiej. W swoim pierwotnym sensie greckie słowo ὁ κανών oznaczało nie więcej niż „pręt, drążek”, który służył do utrzymywania czy łączenia czegoś prosto, i w tym znaczeniu odnajdziemy je już u Homera (na przykład w *Iliadzie*: VIII 193; XIII 407; XXIII 761). Później słowo to oznaczało linijkę, tj. przyrząd służący do wyznaczania prostoliniowości, zapewne z umieszczonymi na niej jednostkami miary. Przez pitagorejczyków nazwa ta została zaadaptowana do oznaczenia przyrządu, bardziej fizycznego niż muzycznego, który miał służyć do konkretyzowania i pomiaru odległości między dźwiękami. Wydaje się, że wynalezienie tego instrumentu powinno się łączyć z działaniem ukierunkowanym na ściśle naukowy cel, tj. zmaterializowanie nieuchwytnego i bezkształtnego dźwięku, tak by mógł stać się przedmiotem rozważań naukowych bądź — słowami samych Greków — aby nadać mu dokładności i precyzji (ἀκρίβεια), umożliwiającą stworzenie rygorystycznej dyscypliny (na przykład Ptol. *Harm.* I 2; Porph. *in Harm.* 22,10). Pitagorejski kanon składał się zasadniczo z pudła rezonansowego i rozciągniętej na nim pojedynczej struny. Na desce pod struną wyżłobione były punkty, które wskazywały na miejsca, gdzie należy skrócić strunę, aby uzyskać określony interwał dźwiękowy. Najpewniej musiały one wyznaczać podstawowe konsonanse kwarty, kwinty i oktawy. Mieściła się tam również jednostka miary, która najprawdopodobniej odzwierciedlała dwunastkowy system liczbowy jako najlepiej odpowiadający liczbowym jakościom podstawowych konsonansów muzycznych: kwarty, kwinty i oktawy, tj. proporcjom 4:3:2:1 (rys. 1; por. Szabo, 1978: 138).



Rys. 1. Dwunastkowy podział kanonu

Ostatnim kluczowym elementem pitagorejskiego instrumentu był ruchomy mostek, znajdujący się pod struną, który służył do skracania jej w odpowiednich miejscach<sup>1</sup>. I tak oto prosto skonstruowany przyrząd, zwany kanonem, dał impuls do rozwoju nowej nauki, którą sami pitagorejczycy nazwali jednak nie harmoniką, lecz kanoniką. Ciekawą etymologię tej nazwy, bo wywodzącą ją nie od instrumentu, jakby mogło się zdawać, lecz od idei prostolinijności, która metaforycznie nawiązywała do pojęcia tego, co słuszne czy prawdziwe, znajdziemy w traktacie Πυθαγορική τῆς μουσικῆς στοιχείωσις [Pitagorejskie elementy muzyki] niejakię Ptolemaïs z Cyreny (III w. p.n.e.), nawiasem mówiąc, jedynej parającej się harmoniką kobiety, którą odnotowały starożytne źródła:

Nauka zwana kanoniką, dla kogo jest charakterystyczna? Ogólnie rzecz ujmując, dla Pitagorejczyków, albowiem to, co my dzisiaj nazywamy harmoniką, oni zwali kanoniką. A skąd pochodzi nazwa „kanonika”? Nie została tak nazwana, jak niektórzy sądzą, od przyrządu zwanego kanonem, lecz od prostolinijności (ἡ εὐθύτης), dzięki której rozum odkrywa to, co właściwe (τὸ ὀρθόν), oraz tablice (παραπήγματα)<sup>2</sup> tego, co harmonijne (ap. Porph. in Harm. 22,25–30).

Samo wynalezienie kanonu, rozumiane symbolicznie jako odkrycie matematycznych zależności między dźwiękami, można również pojmować jako ten moment w historii pitagoreizmu, w którym matematyka, łącząc się z zasadami harmonii muzycznej, zyskała status metafizyki i *vice versa*, niematerialna dotąd harmonia muzyczna zyskała czysto fizyczny wymiar, który umożliwił jej racjonalne badanie.

Tytułowe wyrażenie „podział kanonu” zatem należy rozumieć jako opisanie instrumentu zwanego kanonem polegające na wskazaniu punktów, w których znajdują się kolejne dźwięki greckiego systemu muzycznego, tzw. systemu doskonałego, przy pomocy metody ściśle matematycznej, choć — co należy również podkreślić — bazującej również na doświadczeniu, tj. praktycznej znajomości podstawowych zasad muzycznych. Autor *Podziału kanonu* wie doskonale, czym jest kwarta czy kwinta i jakie dźwięki systemu obejmuje, nie stara się jednak w żaden sposób ich definiować czy dowodzić i tę samą wiedzę zakłada u czytelnika.

<sup>1</sup> Więcej na temat kanonu i jego rodzajach zob. np. West, 2003: 255–257.

<sup>2</sup> Słowo παραπήγματα oznacza dosłownie coś „umocowanego/wbitego w pobliżu” (od czasownika παραπήγνυμι). Na ogół pojęcia tego używano na oznaczenie pewnego rodzaju tablic kalendarzowych, które informowały o wydarzeniach astronomicznych i meteorologicznych. Jednym z elementów były ruchome kołki, za pomocą których zaznaczano dni miesiąca.

## PROBLEM AUTORSTWA

Do naszych czasów przetrwały 33 rękopisy z tekstem *Podziału kanonu*<sup>3</sup>. We wszystkich z nich, z wyjątkiem jednego, traktat ten jest połączony z innym niewielkim dziełem z zakresu greckiej harmoniki: Εἰσαγωγή ἁρμονικὴ [Wprowadzenie do harmoniki], który obecnie powszechnie przypisuje się niejakiemu Kleonidesowi. W 21 manuskryptach (ze wspomnianych 33) jako autora *Podziału kanonu* wymienia się Euklidesa. Jego autorstwo potwierdza również Porfiriusz, który cytuje pierwszych 16 twierdzeń traktatu w swoim *Komentarzu do harmoniki Ptolemeusza* (Porph. in Harm. 98,14–103,25). Co ciekawe, wstęp został przez niego oddzielony od twierdzeń i umieszczony w innym miejscu bez podania autora. Z kolei Boecjusz na początku czwartej księgi *De institutione musica* podaje łacińską interpretację wstępu oraz pierwszych dziewięciu twierdzeń, nie podając jednak żadnego autora<sup>4</sup>. W tradycji rękopiśmiennej przypisuje się niekiedy autorstwo traktatu wspomnianemu wcześniej Kleonidesowi (najprawdopodobniej I w. p.n.e.), obejmując jego imieniem zarówno niewielki traktat *Wprowadzenie do harmoniki*, jak i *Podział kanonu*<sup>5</sup>. W jednym manuskrypcie mówi się o anonimowym autorstwie. Jeśli zaś chodzi o współczesne edycje, problem twórcy traktatu również wydaje się pozostawać nie do końca rozstrzygnięty.

Karl von Jan (Carolus Janus), autor monumentalnej XIX-wiecznej edycji *Musici scriptores graeci*, nie ma wątpliwości, że autorem jest sam Euklides (Janus, 1895: 116: “de Euclide huius libelli auctore nemo hodie solet dubitare”). Zauważa przede wszystkim podobieństwa leksykalne, które łączy z autorem *Elementów geometrii*: wskazywanie liczb poprzez rodzajnik (ὁ α', ὁ β' etc.), czy też wyrażenie φημί δὲ i wszechobecne ἄρα. Zauważa również, że podobnie jak w siódmej księdze *Elementów* Euklidesa, liczby przypisane są do linii, tj. przedstawione jako odcinki. Niemniej jednak, jeśli chodzi o wstęp, Jan wyraził swoje powątpiewanie, czy była to faktycznie część oryginalnej pracy Euklidesa (Janus, 1895: 117–118). Również Heinrich Menge w wydaniu *Opera omnia* Euklidesa uznaje słynnego matematyka za autora *Podziału kanonu*. Dodaje, że w szkole neoplatońskiej powszechne było przekonanie, że był on autorem dzieł o muzyce, na przykład Proklos twierdził, że Euklides napisał *Elementy muzyki* (αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις)<sup>6</sup>, co później powtarza jego uczeń Marinus z Neapolis

<sup>3</sup> Dokładny opis źródeł i tradycji rękopiśmiennej można odnaleźć w: Barbera 1991.

<sup>4</sup> Friedlein, 1867: 301–303. Mówimy tu raczej o łacińskiej interpretacji wstępu aniżeli tłumaczeniu *sensu stricto*, albowiem zauważalne są dość istotne różnice z wersją przekazywaną przez manuskrypty, na przykład Boecjusz definiuje konsonant nie jako κρᾶσις, „mieszanie”, lecz *simul pulsae*, „jednocześnie uderzone”.

<sup>5</sup> Jest to atrybucja błędna, ponieważ traktat Kleonidesa należy w swoich podstawowych założeniach i metodzie do szkoły Arystoksenosa.

<sup>6</sup> Menge, 1916: XXXVII. Por. Friedlein, 1873: 69 w. 3.

(καὶ μουσικῆς δὲ στοιχεῖα παραδέδωκεν)<sup>7</sup>. Również Porfiriusz mówi o Euklidesie jako o twórcy *Elementów muzyki* (Porph. in Harm. 92,29).

Jednakże w 1904 roku francuski badacz Paul Tannery zakwestionował zdecydowanie autorstwo Euklidesa, próbując dowieść, że traktat ten prawdopodobnie wywodzi się z kręgu Akademii Platona, a poza tym jest zupełnie niegodny imienia wielkiego matematyka (Tannery, 1904: 439–445). Gdy spojrzymy na najnowsze badania, zobaczymy podobną tendencję do negowania postaci Euklidesa jako twórcy traktatu. I tak, brytyjski badacz Andrew Barker roztropnie uchyla się od jednoznacznego wskazania autora, niemniej jednak przyznaje, że nie ma wystarczających dowodów, by negować autorstwo Euklidesa<sup>8</sup>. Jego pogląd wydaje się niewzruszony, jako że kilka lat później, wydając tłumaczenie traktatu, powtórzył swoją tezę o niewystarczających dowodach, a zamiast autora umieścił obok tytułu przymiotnik *Euclidean*. Ciekawą polemikę z wieloma tezami tego badacza dotyczącymi *Podziału kanonu* podejmuje André Barbera, który — jeśli chodzi o autorstwo — zgadza się z konstatacją Barkera, że trudno mieć jakiegokolwiek dowody przeczące temu, że traktat jest w swym charakterze „euklidesowy”, jednakże — wyraźnie nawiązując do poglądów Tannery’ego — zaznacza, że daleko mu do czystej teorii *Elementów* Euklidesa i należy w tej mierze zachować ogromną ostrożność. W *Podziale kanonu* widzi przede wszystkim dzieło o charakterze pitagorejskim, które należy interpretować w kontekście powstałych na gruncie tego nurtu teorii związanych z teorią tetraktysu oraz dwuoktawowego systemu muzycznego. W zamieszczonym w niniejszym tomie tłumaczeniu postanowiliśmy również powstrzymać się od jednoznacznego wskazania na Euklidesa jako autora i nazwać traktat „euklidesowym”, jak to czyni Barker. Nie sposób nie zgodzić się z dotychczasowymi konstatacjami, że tekstowi brakuje precyzji *Elementów* Euklidesa i pomimo że przekazuje wystarczająco spójną myśl dotyczącą matematycznych działań na kanonie, wiele jego elementów wskazuje na kompilacyjny charakter dzieła.

Tekst wciąż prowokuje wiele pytań, które tylko wzmacniają wątpliwości i zmuszają do dalszych pogłębionych badań. Można by było chociażby się zastanowić, czy Euklides jest potencjalnym autorem całego traktatu, tj. wstępu i dwudziestu twierdzeń, czy tylko jego części? Wstęp bowiem ma całkowicie inny charakter niż reszta dzieła. Należałoby również zapytać, czy jest on już ostateczną formą całości czy też tylko jej fragmentem? Brakuje bowiem ustępów definiujących podstawowe pojęcia zastosowane później w twierdzeniach. Dopóki nie ustalą się tych i innych kwestii, bezpieczniej jest, podobnie jak to czyni Barker czy Barbera, pozostać przy założeniu o anonimowym autorstwie.

<sup>7</sup> Menge, 1916: XXXVII.

<sup>8</sup> „Whether or not they are by Euclid himself, there is no good reason to assign at least the first eighteen propositions to a date later than Euclid’s, or to suggest that they are the work of more than one hand” (Barker, 1981: 1).

## CEL TRAKTATU

Sam tytuł *Podział kanonu*, jak również ostatnie dwa twierdzenia (tw. 19 i 20) jasno wskazują na praktyczny cel traktatu: „opisanie kanonu według tzw. systemu niezmiennego” (τὸν κανόνα καταγράψαι κατὰ τὸ καλούμενον ἀμετάβολον σύστημα, tw. 19), a więc wyznaczenie za pomocą metod matematycznych kolejnych dźwięków systemu muzycznego. Próbuując jednak ująć rozprawę w szerszym, historycznym kontekście i chcąc zrozumieć, po co i dla kogo ten traktat został napisany, nie znajdujemy jednoznacznych odpowiedzi. Stąd również tutaj napotykamy różnorodność opinii i poglądów pośród badaczy. Tannery, który podważył autorstwo Euklidesa, uważa, że traktat jest odpowiedzią na krytykę harmoniki sformułowaną przez Platona w *Politei* (Pl. R. 530c–531c), w której mowa jest o tym, że w badaniach harmonicznym nie można przedkładać percepcji ponad rozum (Tannery, 1904: 444). Z kolei Barker uważa, że *Podział kanonu* pokazuje przede wszystkim, w jaki sposób można badać muzykę w sposób precyzyjny, wykraczając poza możliwości naszego słuchu (Barker, 1981: 15–16)<sup>9</sup>. Aby odnaleźć precyzję w dźwięku, kontynuuje Barker, należało przenieść relacje dźwiękowe z przestrzeni słyszalnej na wizualną, gdzie można by przyjąć obiektywnie akceptowalne miary. Według Alan Bowena tekst „rozwija w nauce harmonicznym ontologicznie redukcyjną tezę, że wszystko jest liczbą” (Bowen, 1991: 165). Thomas Mathiesen natomiast twierdzi, że akustyczne twierdzenia traktatu były próbą pogodzenia ze sobą szkół pitagorejskiej i arystoksenosowskiej, tj. teoretycznej matematyki i muzycznego doświadczenia (Mathiesen, 1975: 255, przyp. 34). Barker mówi w tym wypadku raczej o „zawołowanej konfrontacji”, co nam również wydaje się bardziej prawdopodobne, zważywszy na wiele zasadniczych niezgodności między założeniami *Podziału* a koncepcją harmoniki Arystoksenosa, dotyczących na przykład podziału interwału jednego tonu (tw. 16) czy pyknonu (tw. 18)<sup>10</sup>. Jak widzimy, interpretacji jest tyle, ile samych badaczy i niestety żadnego z wyżej wymienionych argumentów nie można uznać za ostatecznie rozstrzygający. Wszystkie te hipotezy, a właściwie ich różnorodność, jednoznacznie wskazują, jak trudno jest zdefiniować historyczny kontekst dzieła.

<sup>9</sup> Wiadomo, że tzw. harmonicy próbowali ustalić jednostkę miary „na słuch”, zob. Pl. R. 531a–c.

<sup>10</sup> Spór o to, czy interwał jednego tonu może być podzielony na pół (i inne równe części), toczył się przez niemal całą historię nauki harmoniki i skupiał w sobie jak w soczewce podstawowe różnice w jakościowym i ilościowym pojmowaniu dźwięku przez szkoły harmoniczne. Arystoksenos, który rozumiał dźwięk jako percypowaną jakość, był akustyczny, uznawał, że podział tonu na półtony i ćwierćtony jest możliwy, ponieważ interwały te są słyszalne i powszechnie stosowane w muzyce. Sam interwał jednego tonu również definiował na sposób muzyczny jako „różnicę między wielkościami pierwszych konsonansów [tj. kwintą i kwartą]” (Aristox. *Harm.* 21,21). Natomiast dla pitagorejczyków, którzy pojmowali dźwięk muzyczny jako byt noetyczny, definiowany jako proporcja 9:8, taki podział był niemożliwy, albowiem matematycznie niemożliwe było wyznaczenie środka tej proporcji (zob. tw. 3 i 16).



Dlatego też ograniczymy się jedynie do stwierdzenia, które jest być może bardzo ogólne, jednakże pewne i niepodważalne, a mianowicie, że tekst ma niewątpliwie charakter pitagorejski i w tym kontekście należy go odczytywać.

## STRUKTURA I TREŚĆ TRAKTATU

Traktat składa się z niewielkiego wstępu oraz 20 powiązanych ze sobą twierdzeń, przedstawionych w stylu *Elementów* Euklidesa. W tradycji rękopiśmiennej do twierdzeń zostały dołączone diagramy, które powielamy w niniejszym tłumaczeniu, zmieniamy jednak greckie litery na polskie, by ułatwić czytelnikowi lekturę<sup>11</sup>. Wstęp ma na celu udowodnienie fundamentalnej dla dalszych rozważań tezy, że dźwięk składa się z cząstek (μόρτια), ergo ma charakter ilościowy i może być opisany w kategoriach wzajemnych proporcji. Autor nie wchodzi w żadną polemikę ze zwolennikami harmoniki jakościowej (tj. szkołą Arystoksenosa) ani też nie próbuje przekonywać do swoich racji<sup>12</sup>. Wnioskowanie przybiera następującą formę. Punktem wyjścia jest założenie, że przyczyną dźwięku jest uderzenie (πλήγη), a jego początkiem i zasadą jest ruch. Autor zakłada, że ruchy mogą być „gęstsze” (πυκνότεραι), tj. liczniejsze, i „rzadsze” (ἀραιότεραι), tj. mniej liczne. „Gęstsze” ruchy tworzą wyższe dźwięki, natomiast „rzadsze” tworzą niższe. Gdy istnieje zatem potrzeba obniżenia danego dźwięku, konieczne jest odjęcie pewnej „ilości” ruchu, by zmniejszyć ich gęstość/liczność, i *vice versa*, w razie potrzeby podwyższenia danego dźwięku, konieczne jest dodanie pewnej „ilości” ruchu, by zwiększyć ich gęstość/liczność. A jeżeli coś się odejmuje lub dodaje — konkluduje autor — to w przypadku dźwięku dowodzi to tego, że składa się on z cząstek, a to z kolei oznacza, że można go opisywać w kategoriach wzajemnego stosunku liczbowego<sup>13</sup>.

Wnioskowanie zawarte we wstępie opiera się zasadniczo na filozofii pitagorejczyków, należy jednak zauważyć, że sama koncepcja dźwięku jako uderzenia

<sup>11</sup> Większość diagramów w tradycji rękopiśmiennej ma orientację pionową, którą my również odtwarzamy w polskim tłumaczeniu, należy jednak zaznaczyć, że w niektórych rękopisach znajdziemy także orientację poziomą. Czasami również zrównuje się długości wszystkich odcinków ze sobą, nie zachowując rzeczywistych proporcji (Janus, 1895: 150; Menge, 1916: 161). W niniejszym tłumaczeniu generalnie podążamy za wzorem diagramów zamieszczonych w edycji von Jana (Janus, 1895).

<sup>12</sup> Arystoksenos buduje swoją teorię harmoniki i jej definicje w oparciu o zmysłową obserwację zjawisk muzycznych. Poglądy pitagorejczyków na temat dźwięku są przez niego krytykowane jako niezgodne z samymi fenomenami. Sam proponuje definicję dźwięku jako „opadnięcie głosu na jedną wysokość” (Aristox. *Harm.* 15).

<sup>13</sup> Koncepcja ta jest wyjątkowo współczesna, albowiem intuicyjnie zakłada liczbę drgań powietrza, a więc pojęcie częstotliwości dźwięku. Niemniej jednak pojawia się zasadniczy problem: w jaki sposób powiązać częstotliwości ruchów dźwięku z pojęciami interwałów muzycznych (konsonansu i dysonansu), które są opisywane w kategoriach geometrycznych, tj. na podstawie analizy długości struny, bez powiązania ich z ruchem powietrza?

i ruchu nie jest stricte pitagorejska, lecz znajdziemy ją już w rozważaniach innych filozofów przedsokratejskich<sup>14</sup>. Na przykład Empedokles uważał, że sam fenomen słyszenia powstaje wtedy, gdy uderzone przez głos powietrze dźwięczy jak dzwon (ap. Thphr. *Sens.* 9). Demokryt z kolei twierdził, że dźwięk występuje w momencie, gdy „powietrze się zagęszcza i z siłą wchodzi” (πυκνομένου τοῦ ἀέρος καὶ μετὰ βίας εισιόντος, ap. Thphr. *Sens.* 55). Powiązania ruchu i dźwięku były istotnym zagadnieniem również później, dla samego Arystotelesa, jak i dla jego ucznia Arystoksenosa (na przykład Arist. *de An.* 419b4–421a; Aristox. *Harm.* 9–10, 12). Podczas gdy Arystoteles jeszcze powielał koncepcje swoich poprzedników, mówiąc o uderzeniu jako podstawowej przyczynie dźwięku, to już jego uczeń Arystoksenos miał odwagę podważyć tę tezę i wprowadzić nową definicję ruchu i spoczynku dźwięku, opartą na doświadczeniu słuchowym: dźwięk poruszał się, gdy jawił się naszej percepcji jako „podróżujący” po różnych wysokościach, natomiast był w bezruchu, gdy zatrzymywał się na jednej wysokości.

Niemniej jednak to właśnie pitagorejczycy jako pierwsi poruszyli zagadnienie fizycznej różnicy między niskimi i wysokimi dźwiękami oraz ich przyczyn. Rozważania na ten temat odnajdziemy już w traktacie Archytasa zatytułowanym *Περὶ μαθηματικῆς* [O matematyce], w którym najpierw zostają przedstawione poglądy pitagorejczyków dotyczące przyczyn powstawania dźwięku:

Najpierw stwierdzili [tj. pitagorejczycy — przyp. A.M.L.], że nie jest możliwe, aby istniał dźwięk, jeśli nie zachodzi zderzenie pewnych rzeczy ze sobą; stwierdzili, że zderzenie zachodzi zawsze, gdy rzeczy w ruchu nachodzą na siebie i zderzają się ze sobą. Jedne poruszające się w przeciwnych kierunkach, gdy się spotkają, wydają dźwięk, gdyż każda spowalnia drugą, inne z kolei poruszające się w tym samym kierunku, lecz nie z równą prędkością, gdy są wyprzedzane przez pędzące na nie i uderzane, wydają dźwięk<sup>15</sup>.

Następnie przytoczone zostają pitagorejskie teorie na temat powstawania różnic między dźwiękami:

Jeśli chodzi o dźwięki, które docierają do naszej percepcji, te, które docierają szybko i mocno od uderzeń, wydają się wysokie w wysokości dźwięku, ale te, które powstają powoli i słabo, wydają się niskie w wysokości dźwięku. Bo jeśli ktoś podniósłby kij i poruszałby nim powoli i słabo, wydałby poprzez to uderzenie dźwięk niski, jeśli zaś szybko i mocno, wysoki<sup>16</sup>.

<sup>14</sup> Teoria dźwięku zdominowała całkowicie grecką akustykę w IV wieku p.n.e. Zob. np. Pl. *Tim.* 67a–c; Arist. *Prob.* XI 19; *Aud.* 800a.

<sup>15</sup> Porph. in *Harm.* 56,11–16: πρᾶτον μὲν οὖν ἐσκέψαντο, ὅτι οὐ δυνατὸν ἐστὶν ἡμεν ψόφον μὴ γενηθείσας πληγᾶς τινων ποτ' ἄλλαλα. πλαγᾶν δ' ἔφαν γίνεσθαι, ὅκκα τὰ φερόμενα ἀπαντιάζαντα ἀλλάλοις συμπέτη. τὰ μὲν οὖν ἀντίαν φορὰν φερόμενα ἀπαντιάζοντα αὐτὰ αὐτοῖς συχλαῖντα, <τὰ> δ' ὁμοίως φερόμενα, μὴ ἴσῳ δὲ τάχει, περικαταλαμβανόμενα παρὰ τῶν ἐπιφερομένων τυπτόμενα ποιεῖν ψόφον.

<sup>16</sup> Porph. in *Harm.* 56,21–57,4: τὰ μὲν οὖν ποτιπίπτοντα ποτὶ τὰν αἰσθασιν, ἃ μὲν ἀπὸ τῶν πλαγᾶν ταχὺ παραγίνεταί καὶ <ἰσχυρῶς>, ὀξέα φαίνεται· τὰ δὲ βραδέως καὶ ἀσθενῶς,

Zatem te dźwięki, które uderzają w nasz słuch w sposób szybki i mocny, postrzegane są jako wysokie, te zaś, które robią to wolno i słabo — jako niskie. Koncepcja ta była szeroko krytykowana, choćby dlatego że nie dawała możliwości rozróżnienia między głośnością dźwięku a jego wysokością<sup>17</sup>, jak też pociągała za sobą stwierdzenie, że we współbrzmieniu dźwięki wyższe docierają do nas szybciej niż niższe, co w sposób zasadniczy przeczyło doświadczeniu.

Rozsądną alternatywę i próbę rozwiązania tego problemu zaproponował autor *Podziału kanonu*. Twierdzi on bowiem, że dźwięk nie jest wynikiem jednego uderzenia i jego szybkości, lecz właśnie tzw. „gęstości” ruchu, czyli pewnego ciągu uderzeń, który może nawiązywać do obserwacji drgającej struny (Barker, 2014: 187). Niestety, już w dalszej części traktatu, tj. w samych twierdzeniach, rezygnuje z tej koncepcji i rozpatruje dźwięk, ogołociwszy go z własności ruchu. Rozważania bowiem opierają się wyłącznie na analizie długości struny. Być może z jednej strony oznacza to, że mamy do czynienia z jakimś ubytkiem tekstu, który najprawdopodobniej wiązał pojęciowo ruch ze stosunkami długości struny. Z drugiej strony jest to być może niezbity dowód na odrębność wstępu i reszty traktatu.

## PROPORCJE (λόγοι)

W podziale kanonu wymienia się trzy podstawowe rodzaje proporcji: wielokrotną (πολλαπλάσιος), epimoryczną (ἐπιμόριος) i epimeryczną (ἐπιμερής)<sup>18</sup>.

Proporcja wielokrotna (*ratio multiplex*), przedstawiana za pomocą wzoru  $mn:n$ , jak sama nazwa wskazuje, występuje wtedy, gdy termin większy jest wielokrotnością terminu mniejszego<sup>19</sup> (Barker, 1989: 192). W teorii muzyki proporcja ta odnosi się zasadniczo do konsonansu oktawy, który odzwierciedla stosunek 2:1 (w podziale monochordu jako 12:6). Oznacza to, że struna skrócona w połowie długości będzie brzmiała o oktawę wyżej od całej jej długości. W tym przypadku mamy do czynienia z proporcją dwukrotną, διπλάσιον διάστημα, której omówienie znajdziemy w twierdzeniu 6. Jednakże możliwe są również proporcje trzykrotne, czterokrotne etc. (τριπλάσιος, τετραπλάσιος etc.).

Proporcję epimoryczną (*ratio superparticularis*) można wyrazić za pomocą wzoru  $(n+1):n$  (por. Theo Sm. 76,21). W greckiej nauce harmoniki proporcja

βαρέα δοκοῦντι ἡμεν. αἱ γάρ τις ῥάβδον λαβὼν κινεῖ νοθρῶς τε καὶ ἀσθενέως, τῆ πλαγῆ βαρὺν ποιήσει τὸν ψόφον· αἱ δὲ κα ταχύ τε καὶ ἰσχυρῶς, ὀξύν.

<sup>17</sup> Platon problem głośności dźwięku rozwiązuje poprzez wprowadzenie nowych kategorii: „małości” i „wielkości” uderzenia, które mają decydować o cichym i głośnym dźwięku, zob. Pl. *Tim.* 67a–c. Por. Barker, 1989: 61.

<sup>18</sup> Wszystkie rodzaje proporcji opisuje dokładnie Teon ze Smyrny (76,8–80,14; ed. Hiller). Pogłębioną analizę poszczególnych rodzajów proporcji znajdziemy w: Szabo, 1978: 128–134.

<sup>19</sup> Pojęcia „termin mniejszy” (ὁ ἐλάττων ὄρος) i „termin większy” (ὁ μείζων ὄρος) znajdziemy w definicji Teona ze Smyrny (np. 76,8).

ta charakteryzuje konsonanse kwarty (4:3) i kwinty (3:2), ale również ważny dla systemu greckiego dysonans: interwał sekundy (9:8). Grecy teoretycy podzielili proporcję epimoryczną na kolejne trzy rodzaje:

- 1) epitrytyczną (ἐπίτριτος, 4:3),
- 2) hemioliczną (ἡμιόλιος, 3:2),
- 3) epogdoiczną (ἐπόγδοος, 9:8).

Najważniejszą cechą tej proporcji jest to, że nie można wyznaczyć jej środka (tw. 3). Twierdzenie to w teorii harmoniki greckiej oznaczało, że żadnego konsonansu nie można podzielić na pół, by otrzymać dwa równe konsonanse, co zgadzało się z percepcją i zasadami muzyki. Niemniej jednak w przypadku interwału jednego tonu, tj. proporcji epogdoicznej, nie było to już tak jasne i oczywiste. W starożytnej praktyce muzycznej bowiem korzystano z półtonów i ćwierćtonów, które powszechnie uważano za muzyczne. Z teorii proporcji wynikało jednak jasno, że taki podział jest niemożliwy. Problem podziału całego tonu stał się przysłowiową kością niezgody między szkołami pitagorejską i arystoksenosowską, pokazując nieprzystawalność obu systemów. Był to kluczowy moment, w którym metafizyka pitagorejska traciła kontakt z doświadczeniem. Autor *Podziału kanonu* jasno opowiada się po stronie pitagorejskiej, twierdząc, że niemożliwe jest dzielenie tonu na dwie lub więcej części (zob. tw. 16).

W traktacie wspomniana jest również proporcja epimeryczna (łac. *ratio superpartiens*), która jednak w *Podziale kanonu* odgrywa marginalną rolę. Choć wspomniana we wstępie, nie jest przedmiotem analizy żadnego z twierdzeń traktatu. Przedstawia się ją w formie  $(n+m): n$ , gdzie  $n > 1$  (por. Theo Sm. 76,8). W praktyce oznacza to, że są to wszystkie proporcje, które nie są ani wielokrotne, ani epimoryczne. W teorii harmoniki jest to na przykład proporcja 8:3, która wyraża interwał kwarty i oktawy, co ciekawe, pominięta w *Podziale kanonu* jako możliwy konsonans.

## POJĘCIE INTERWAŁU (διάστημα)

Warto zwrócić uwagę na szczególne zastosowanie greckiego pojęcia διάστημα (*diastema*), które zwyczajowo w tekstach dotyczących greckiej harmoniki tłumaczy się jako „interwał muzyczny”, konsonansowy lub dysonansowy, oznaczający odległość pomiędzy dwoma różnymi dźwiękami. W ten sposób rozumiał pojęcie interwału Arystoksenos, choć definiował go nie w kategoriach liczby (jak to czyni się współcześnie), lecz jako przestrzeń (τόπος) ograniczoną przez dwa dźwięki o różnej wysokości i nośnik formy (εἶδος bądź σχῆμα)<sup>20</sup>.

<sup>20</sup> Aristox. *Harm.* I 15. Szabo, zauważając, że historia tego muzycznego pojęcia dostarcza nam wiele informacji na temat preeuklidesowej teorii proporcji, przedstawia dogłębną analizę tego terminu, zob. Szabo, 1978: 108–119.

W *Podziale kanonu* natomiast mamy do czynienia ze znacznie szerszym znaczeniem tego pojęcia, które nie to do końca możemy wiązać tylko z określoną liczbą czy przestrzenią. Spójrzmy choćby na pierwsze twierdzenie, w którym czytamy: „niech będzie dany interwał BC”. Wydawałoby się, że chodzi tu o jeden odcinek o oznaczonych końcach B i C, jednakże diagram dołączony do twierdzenia całkowicie temu zaprzecza. Mamy bowiem przedstawione dwa różne odcinki, odcinek B i odcinek C, z których każdy jest nośnikiem pewnej liczby. Analizując dalej tekst, nie mamy już wątpliwości, że autor ma na myśli zasadniczo nie odcinek, a proporcję. Ponadto pierwsze dwa odcinki (licząc, co ciekawe, od prawej strony) mają charakter pewnego systemu, punktu wyjścia, w którym pierwszy odcinek służy zawsze jako jednostka miary ( $\mu\nu\acute{\alpha}\varsigma$ )<sup>21</sup>: podstawa współmierności, która jako taka jest niepodzielna (por. Arist. *Metaph.* 1089b 5). Takie znaczenie było dobrze znane już starożytnym, bowiem sam Porfiriusz jasno stwierdza: „Wielu spośród kanoników i pitagorejczyków używa słowa interwały ( $\delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha$ ) na określenie proporcji ( $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\iota$ )” (Porph. *in Harm.* 92,22–23).

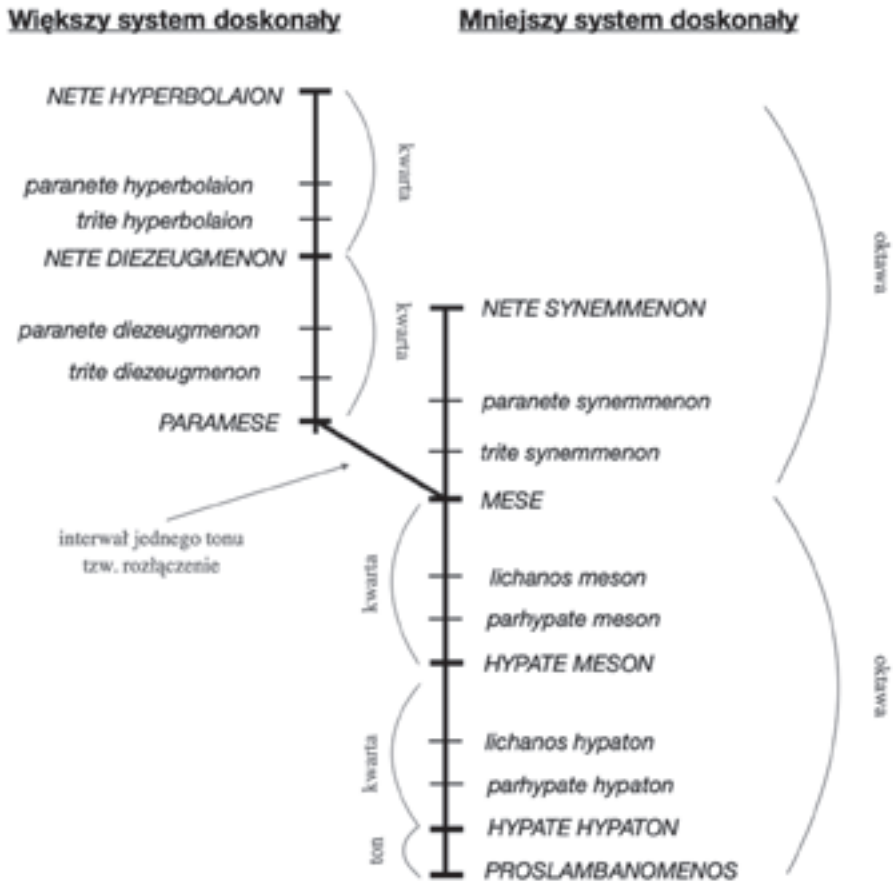
Ponadto wymienia również filozofów, którzy mieli stosować wyrażenie „interwał” w tym właśnie rozumieniu. Są nimi między innymi Archytas w traktacie *Περὶ μουσικῆς* [O muzyce] oraz sam Euklides w traktacie *Podział kanonu* (Porph. *in Harm.* 92,28–31).

Należy więc podczas lektury *Podziału* przygotować swój umysł na pewną elastyczność w pojmowaniu pojęcia interwału, który może być zarówno interwałem oktawy, jak i interwałem epimorycznym, w zależności od kontekstu, w którym został umieszczony. Co więcej, autor traktatu zakłada również u czytelnika znajomość greckiego systemu muzycznego i bez żadnych wstępnych informacji wprowadza w tekście nazwy dźwięków muzycznych. Nie ma w tym nic wyjątkowego, albowiem w rzeczywistości starożytnej Grecji każdy szanujący się filozof musiał wykazać się również wiedzą na temat harmonii muzycznej. Niezaznajomionego z grecką teorią muzyki współczesnego czytelnika odsyłamy do lektury na przykład *Muzyki starożytnej Grecji* Martina Westa (West, 2003) czy też *Greek musical writings II* Andrew Barkera (Barker, 1989), tutaj pozwolimy sobie tylko zamieścić schemat greckiego systemu muzycznego, który odzwierciedla problematykę poruszaną w *Podziale kanonu* (rys. 2).

---

<sup>21</sup> Zob. tw. 3.

## SYSTEM NIEMODULUJĄCY



Rys. 2. Nazwy dźwięków i wielkości interwałów w tzw. systemie doskonałym

## BIBLIOGRAFIA

Skróty dzieł antycznych i ich wydania:

- Arist. Quint.      Aristides Quintilianus, *De musica*  
 Aristides Quintilianus. (1963). *Aristidis Quintiliani de musica libri tres*. (Red. R.P. Winnington-Ingram). Leipzig: B.G. Teubner.
- Arist. *de An.*      Aristoteles, *De anima*  
 Aristotle. (1961). *De anima*. (Red., wstęp & koment. D. Ross). Oxford: Clarendon Press.

- Arist. *Metaph.* Aristoteles, *Metaphysica*  
Aristotle. (1924). *Aristotle's metaphysics*. 2 t. (Red. W.D. Ross). Oxford: Clarendon Press. [Repr. 1970 (z 1953 corr. edn.).]
- Arist. *Sens.* Aristoteles, *De sensu et sensibilibus*  
Aristotle. (1955). *Parva naturalia*. (Red. W.D. Ross). Oxford: Clarendon Press. [Repr. 1970].
- Arist. *Probl.* Aristoteles, *Problemata*  
Aristotle. (2011). *Problems* (t. 1: Books 1–19) (= *Loeb Classical Library*, 316). (Red. & przekł. R. Mayhew). Cambridge: Harvard University Press.
- Arist. *Aud.* Aristoteles, *De audibilibus*  
Aristotle. (1935). *Minor works: On colours. On things heard. Physiognomics. On plants. On marvellous things heard. Mechanical problems. On indivisible lines. The situations and names of winds. On Melissus, Xenophanes, Gorgias* (= *Loeb Classical Library*, 307). (Przeł. W.S. Hett). Cambridge: Harvard University Press.
- Aristox. *Harm.* Aristoxenus, *Elementa harmonica*  
Aristoxenus. (1954). *Aristoxeni Elementa harmonica*. (Red. R. da Rios). Roma: Officina Poligrafica.
- Cleonid. *Harm.* Cleonides, *Introductio harmonica*  
Menge, H. (Red.). (1916). *Euclidis opera omnia* (t. 8). Leipzig: B.G. Teubner.
- Euclid. *El.* Euclides, *Elementa*  
Euclides. (1969). *Euclidis elementa* (t. 1–4). (Wyd. 2). (Red. E.S. Stamatis [post J.L. Heiberg]). Leipzig: B.G. Teubner.
- Pl. *R.* Plato, *Respublica*  
Plato. (2003). *Respublica*. (Red. S.R. Slings). Oxford: Oxford University Press.
- Pl. *Tim.* Plato, *Timaeus*  
Plato. (1902). *Platonis Opera* (t. 4). (Red. J. Burnet). Oxford: Clarendon Press.
- Ptol. *Harm.* Ptolemaeus, *Harmonica*  
Ptolemaios. (1930). *Die Harmonielehre des Klaudios Ptolemaios* (= *Göteborgs Högskolas Årsskrift*, 36). (Red. I. Düring). Göteborg: Elanders.
- Porph. *in Harm.* Porphyrius, *Commentarius in C. Ptolemaei Harmonica*  
Porphyrios. (1932). *Porphyrios. Kommentar zur Harmonielehre des Ptolemaios*. (Red. I. Düring). Göteborg: Elanders. [Repr. 1980].
- Theo Sm. Theon, *De utilitate mathematicae*  
Theon. (1878). *Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*. (Red. E. Hiller). Leipzig: B.G. Teubner.
- Thphr. *Sens.* Theophrastus, *De sensu et sensibilibus*  
Diels, H. (Red.). (1879). *Doxographi Graeci*. Berlin: Reimer. [Repr. 1965].
- Xenocr. Xenocrates, *Testimonia, doctrina et fragmenta*  
Parente, M.I. (Red.). (1982). *Senocrate — Ermodoro. Frammenti*, Naples: Bibliopolis.

## Wydania źródłowe:

- Janus, C. (Wyd.). (1895). *Euclidis sectio canonis* (s. 113–166). W: C. Janus (Red.). *Musici scriptores graeci*. Leipzig: B.G. Teubner.
- Menge, H. (Wyd.). (1916). *Sectio canonis* (t. 8; s. 158–183). W: H. Menge (Red.). *Euclidis Opera omnia*. Leipzig: B.G. Teubner. [Zawiera również (Cleonidis) *Introductio harmonica*, s. 185–223].
- Düring, I. (Wyd.). (1932). *Porphyrios Kommentar zur Harmonielehre des Ptolemaios*. Göteborg: Elanders.
- Friedlein, G. (Wyd.). (1867). *De institutione arithmetica libri duo. De institutione musica libri quinque*. Leipzig: B.G. Teubner.
- Friedlein, G. (Wyd.). (1873). *Procli Diadochi in primum Euclidis elementarum librum commentarii*. Leipzig: B.G. Teubner.
- Rios R. da (Wyd.). (1954). *Aristoxeni Elementa harmonica*. Roma: Officina Poligrafica.

## Opracowania:

- Barbera, A. (1984). Placing 'Sectio canonis' in historical and philosophical context. *The Journal of Hellenic Studies*, 104, 157–161.
- Barbera, A. (1991). *The Euclidean 'Division of the canon': Greek and Latin sources: new critical texts and translations*. Lincoln–London: University of Nebraska Press.
- Barker, A., (1981). Methods and aims in the Euclidean 'Sectio canonis'. *The Journal of Hellenistic Studies*, 101, 157–161.
- Barker, A. (1984). *Greek musical writings* (t. 1: *The musician and his art*). Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (1989). *Greek musical writings* (t. 2: *Harmonic and acoustic theory*). Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (2007). *The science of harmonics in classical Greece*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (2014). Pythagorean harmonics (s. 185–203). W: A.C. Huffman (Red.). *A history of Pythagoreanism*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bowen, A.C. (1991). *Euclid's Sectio canonis and the history of Pythagoreanism. Science and Philosophy in classical Greece*. New York: Garland.
- Mathiesen, T. (1975). An annotated translation of Euclid's 'Division of a monochord'. *Journal of Music Theory*, 19(2), 236–258.
- Szabo, A. (1978). *The beginnings of Greek mathematics*. Dordrecht: Springer Science.
- Tannery, P. (1904). Inauthenticité de la 'Division du canon' attribuée à Euclide. *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 439–445.
- West, M.L. (2003). *Muzyka starożytnej Grecji*. (Przeł. A. Maciejewska & M. Kaziński). Kraków: Wydawnictwo Homini.